6　不規則過程とアラン分散

不規則過程 (random process) とは，ホワイトノイズ w を入力とするシステム方程式に従って，信号 x を時系列に出力するプロセスのことである．確率過程 (stochastic process) とも言う．不規則過程はセンサノイズの数学モデルとなっている．不規則過程の自己相関係数とパワースペクトル密度について記す．次いで，慣性計測技術において，角速度センサと加速度センサのノイズの種類と大きさを識別する方法として広く使われているアラン分散 (Allan variance) について記す.

6.1 自己相関係数とパワースペクトル密度

信号のノイズ（雑音）の表現方法を表 6.1 に示す.

表 6.1　ノイズの表現方法

日本語名称	英語名称	記号
自己相関係数	Autocorrelation Function	R
パワースペクトル密度	Power Spectral Density	S, P
アラン分散	Allan Variance	σ

信号のノイズを時刻 t の関数 $x\,(t)$ とすると，その自己相関係数 R は,

$$R(t_1, t_2) = \langle x(t_1)\, x(t_2) \rangle \tag{6.1}$$

と定義される．記号〈　〉は期待値 (expectation) を表す．自己相関係数 R の単位は，信号の単位を $[x]$ とすると，その二乗の $[x]^2$ である．時刻 t_1 から時刻 t_2 までの時間を τ とすると,

$$t_2 = t_1 + \tau \tag{6.2}$$

である．この式を自己相関係数の定義式 (6.1) に代入して，時刻 t_1 を t と書き改めると,

$$R(t, \tau) = \langle x(t)\, x(t+\tau) \rangle \tag{6.3}$$

と表すこともできる．ここで,

$$R(t, \tau) = R(\tau) \tag{6.4}$$

© 2017 Futoshi Magosaki

の関係が成り立つ場合，すなわち自己相関係数 R が時間 τ のみの関数となる場合に，そのノイズは定常的 (stationary) であると言う．定常的なノイズの方が数学的に取り扱いやすいが，定常的でないノイズも多く存在する．

定常的なノイズの自己相関係数 R は，次のラプラス変換を使って，パワースペクトル密度 S に変換できる．

$$S(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)\, e^{-\mathrm{i}\omega\tau} d\tau \tag{6.5}$$

ここに，記号 i は虚数単位である．パワースペクトル密度 S の単位は，信号の単位を $[x]$ と表し，時間の単位を秒 (s) とすると，$[x]^2\mathrm{s}=[x]^2/(1/\mathrm{s})=[x]^2/\mathrm{Hz}$ となる．定常的なノイズのパワースペクトル密度 S は，次の逆ラプラス変換を使って，自己相関係数 R に変換できる．

$$R(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)\, e^{\mathrm{i}\omega\tau} d\omega \tag{6.6}$$

角振動数 ω のかわりに，振動数 f を使う場合もある．角振動数 ω と振動数 f の関係は，

$$\omega=2\pi f \tag{6.7}$$

であるから，式 (6.5) と式 (6.6) に代入すると，

$$R(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} S(f)\, e^{2\pi \mathrm{i} f\tau} df \tag{6.8}$$

$$S(f)=\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)\, e^{-2\pi \mathrm{i} f\tau} d\tau \tag{6.9}$$

となる．

6.2 ホワイトガウスノイズ

ホワイトノイズ（白色雑音）とは，自己相関係数 R が図 6.1 に示すデルタ関数で表されるノイズである．

© 2017 Futoshi Magosaki

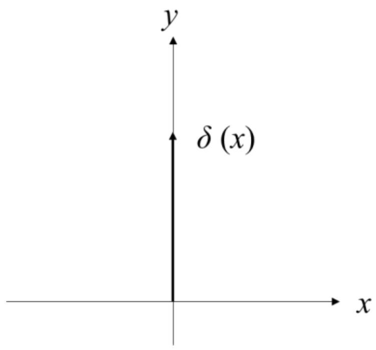

図 6.1　デルタ関数

デルタ関数 $\delta(x)$ とは，変数 x が 0 のとき無限大であり，変数 x が 0 以外ではすべて 0 の関数である．変数 x について積分すると 1 となる．任意の関数 $f(x)$ とデルタ関数 $\delta(x)$ の積を，変数 x について積分すると $f(0)$ となる．これらの関係を式で表すと，

$$\left.\begin{aligned} &\delta(0)=\infty \\ &\delta(x)=0, \quad x\neq 0 \\ &\int_{-\infty}^{\infty}\delta(x)\,dx=1 \\ &\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\delta(x)\,dx=f(0) \end{aligned}\right\} \tag{6.10}$$

となる．デルタ関数には単位がある．積分すると無次元数の 1 となることより，横軸の x の時間の単位が秒 (s) の場合は，縦軸のデルタ関数 $\delta(x)$ の単位は 1/s = Hz となる．

このホワイトノイズには振幅分布の規定はない．振幅分布が正規分布であるホワイトノイズをホワイトガウスノイズ（白色ガウス雑音）と言う．ここに，正規分布（ガウス分布）は次の関数で定義される．

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{6.11}$$

ここに，μ は平均値，σ は標準偏差である．

$$\left.\begin{aligned} &\langle f(x)\rangle=\mu, \\ &\left\langle (f(x)-\mu)^2\right\rangle=\sigma^2 \end{aligned}\right\} \tag{6.12}$$

© 2017 Futoshi Magosaki

本書ではホワイトガウスノイズを単にホワイトノイズと言うこととする．

6.3 不規則過程のノイズ

代表的な不規則過程 $x(t)$ のノイズのシステム方程式を表 6.2 に示す．

表 6.2　不規則過程の方程式

過程	方程式
ホワイトノイズ	$x(t)=w(t)$
ランダムバイアス	$\dot{x}(t)=0,\quad x(0)=w(0)$
マルコフノイズ	$\dot{x}(t)+\beta\,x(t)=w(t)$
ランダムウォーク	$\dot{x}(t)=w(t)$

この表からわかるように，ホワイトノイズやランダムバイアスの場合は，ホワイトノイズ入力 $w(t)\sim N\left(0,\sigma^2\right)$ の単位は変数 x の単位と同じである．マルコフノイズやランダムウォークの場合は，ホワイトノイズ入力 w の単位は変数 x の時間微分 $\dot{x}(t)$ の単位と同じであるから，変数 x の単位を時間で除した単位となる．同じ記号 w を使っているが，ホワイトノイズやランダムバイアスにおける記号 w と，マルコフノイズやランダムウォークにおける記号 w とは単位が異なる点に注意が必要である．

6.3.1 ホワイトノイズ

ホワイトノイズ $x(t)$ は，

$$x(t)=w(t) \tag{6.13}$$

と定義される．ホワイトノイズの自己相関係数 R は，図 6.1 のデルタ関数を使って，

$$\begin{aligned}R(\tau)&=\langle w(t)\,w(t+\tau)\rangle\\&={\sigma_w}^2\delta(\tau)\end{aligned} \tag{6.14}$$

と表される．ここに，$\sigma_w{}^2$ はホワイトノイズの大きさ（パワースペクトル密度）を表す係数である．時間 τ が 0 以外のとき，自己相関係数 R は 0 となる．すなわち時刻が異なる変数 x は互いに相関が無い．ノイズの単位を $[x]$ とすると，自己相関係数 R の単位は $[x]^2$，デ

© 2017 Futoshi Magosaki

ルタ関数 $\delta(\tau)$ の単位は 1/s であるから，係数 σ_w^2 の単位は，$[x]^2 \mathrm{s} = [x]^2/(1/\mathrm{s}) = [x]^2/\mathrm{Hz}$ となる．時間 $\tau = 0$ のときの自己相関係数，すなわち分散 $P(t)$ は，

$$P(t) = R(0) = \sigma_w{}^2 \delta(0) = \infty \tag{6.15}$$

となり，無限大になる．

ホワイトノイズをパワースペクトル密度 S で表す．自己相関係数の式 (6.14) を変換式 (6.5) に代入すると，

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_w{}^2 \delta(\tau) e^{-\mathrm{i}\omega\tau} d\tau = \sigma_w{}^2 \tag{6.16}$$

となる．ここに，デルタ関数の関係式 (6.10) の最後の式を使った．パワースペクトル密度 S はすべての角振動数 ω に対して一定となる．

パワースペクトル密度 S の式 (6.16) を式 (6.6) に代入して逆ラプラス変換すると，

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{\mathrm{i}\omega\tau} d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \sigma_w{}^2 (\cos\omega\tau + \mathrm{i}\sin\omega\tau)\, d\omega \\ &= \frac{\sigma_w{}^2}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \cos\omega\tau\, d\omega + \mathrm{i}\frac{\sigma_w{}^2}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \sin\omega\tau\, d\omega \\ &= \frac{\sigma_w{}^2}{2\pi} 2\pi\delta(\tau) + 0 \\ &= \sigma_w{}^2 \delta(\tau) \end{aligned} \tag{6.17}$$

となり，自己相関係数 R に戻る．ここに，オイラーの公式 $e^{\mathrm{i}\omega\tau} = \cos\omega\tau + \mathrm{i}\sin\omega\tau$ と，定積分の公式；$\int_{-\infty}^{\infty} \cos\omega\tau\, d\omega = 2\pi\delta(\tau)$, $\int_{-\infty}^{\infty} \sin\omega\tau\, d\omega = 0$ を使った．

ホワイトノイズの自己相関係数 R とパワースペクトル密度 S の模式図を図 6.2 に示す．

© 2017 Futoshi Magosaki

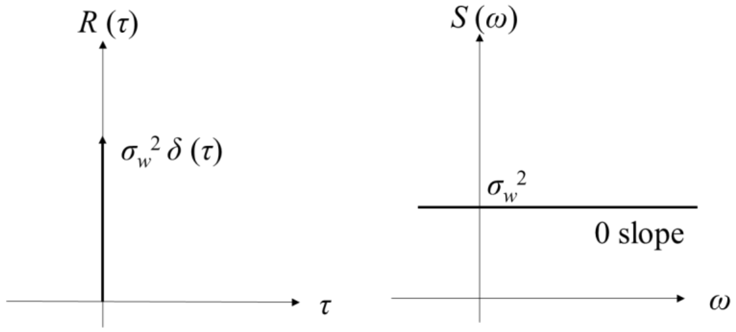

図 6.2　ホワイトノイズ

6.3.2 ランダムバイアス

ランダムバイアス $x\,(t)$ は,

$$\dot{x}(t)=0,\quad x(0)=w(0) \tag{6.18}$$

と定義される．バイアスはオフセットや零点出力などとも言う．ランダムバイアスの自己相関係数 R は,

$$R(t,\tau)=\langle w(0)\,w(0)\,\rangle=\sigma_w{}^2 \tag{6.19}$$

となる．時間 $\tau=0$ のときの自己相関係数，すなわち分散 $P\,(t)$ は,

$$P(t)=R(t,0)=\sigma_w{}^2 \tag{6.20}$$

となる．自己相関係数の式 (6.19) を変換式 (6.5) に代入すると，パワースペクトル密度 S は,

$$S(\omega)=\sigma_w{}^2\delta(\omega) \tag{6.21}$$

となる．角速度 $\omega=0$ のとき，パワースペクトル密度 S は無限大となる．

ランダムバイアスの自己相関係数 R とパワースペクトル密度 S の模式図を図 6.3 に示す．

 © 2017 Futoshi Magosaki

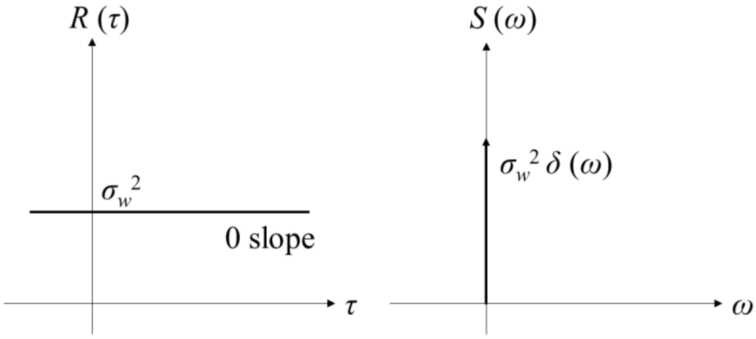

図 6.3　ランダムバイアス

6.3.3 マルコフノイズ

マルコフノイズは,

$$\dot{x}(t)+\beta\,x(t)=w(t) \tag{6.22}$$

と定義される．マルコフとは，ロシアの数学者 A. A. Markov (1856〜1922) である．左辺の第 2 項の係数 β は正の定数とする．左辺の第 2 項の単位は，第 1 項と同じ単位でなければならないから，係数 β の単位は時間の秒 (s) の逆数 (1/s) となる．

マルコフノイズの解を求める．もしホワイトノイズ入力 w が 0 であれば,

$$\dot{x}(t)=-\beta\,x(t) \tag{6.23}$$

となり，定数係数の微分方程式となる．この式の解として，次の指数関数を仮定する．

$$x(t)=Ce^{\lambda t} \tag{6.24}$$

ここに，記号 C と λ は未知の係数である．この式を式 (6.23) に代入すると,

$$\begin{aligned}
&C\lambda e^{\lambda t}=-\beta\,Ce^{\lambda t}\\
&\therefore \lambda=-\beta\\
&\therefore x(t)=Ce^{-\beta t}\\
&\therefore x(0)=Ce^{0}=C\\
&\therefore x(t)=e^{-\beta t}x(0)
\end{aligned} \tag{6.25}$$

© 2017 Futoshi Magosaki

となる．ここに，$x\,(0)$ は時刻 $t=0$ における変数 x の値，すなわち変数 x の初期値である．次に，ホワイトノイズ入力 w が 0 でない場合の解が，未知の関数 $z\,(t)$ を使って，

$$x(t)=e^{-\beta t}\left(x(0)+z(t)\right),\quad z(0)=0 \tag{6.26}$$

と表されると仮定する．この式を式 (6.22) に代入すると，

$$\begin{aligned}
&-\beta\, e^{-\beta t}\left(x(0)+z(t)\right)+e^{-\beta t}\dot{z}(t)=-\beta\, e^{-\beta t}\left(x(0)+z(t)\right)+w(t)\\
&\therefore e^{-\beta t}\dot{z}(t)=w(t)\\
&\therefore \dot{z}(t)=e^{\beta t}w(t)
\end{aligned} \tag{6.27}$$

となる．この式を積分すると，関数 z は，

$$z(t)=z(0)+\int_0^t e^{\beta\tau}w(\tau)\,d\tau=\int_0^t e^{\beta\tau}w(\tau)\,d\tau \tag{6.28}$$

となる．この関数 z を式 (6.26) に代入すると，

$$\begin{aligned}
x(t)&=e^{-\beta t}\left(x(0)+\int_0^t e^{\beta\tau}w(\tau)\,d\tau\right)\\
&=e^{-\beta t}x(0)+\int_0^t e^{-\beta(t-\tau)}w(\tau)\,d\tau
\end{aligned} \tag{6.29}$$

となり，変数 x の解が求められた．

この式を使って，マルコフノイズの自己相関係数 R を求める．自己相関係数の定義式 (6.1) に代入して展開すると，

 © 2017 Futoshi Magosaki

$$
\begin{aligned}
R(t_1,t_2) &= \langle x(t_1)x(t_2)\rangle \\
&= \left\langle \left(e^{-\beta t_1}x(0) + \int_0^{t_1} e^{-\beta(t_1-\tau)}w(\tau)\,d\tau \right)\left(e^{-\beta t_2}x(0) + \int_0^{t_2} e^{-\beta(t_2-\tau)}w(\tau)\,d\tau \right)\right\rangle \\
&= \left\langle e^{-\beta t_1}x(0)\cdot e^{-\beta t_2}x(0)\right\rangle + \left\langle e^{-\beta t_1}x(0)\int_0^{t_2} e^{-\beta(t_2-\tau)}w(\tau)d\tau \right\rangle \\
&\quad + \left\langle e^{-\beta t_2}x(0)\int_0^{t_1} e^{-\beta(t_1-\tau)}w(\tau)\,d\tau \right\rangle + \left\langle \int_0^{t_1} e^{-\beta(t_1-\tau)}w(\tau)d\tau \cdot \int_0^{t_2} e^{-\beta(t_2-\tau)}w(\tau)\,d\tau \right\rangle \\
&= e^{-\beta(t_1+t_2)}\left\langle x^2(0)\right\rangle + e^{-\beta t_1}\int_0^{t_2} e^{-\beta(t_2-\tau)}\langle x(0)w(\tau)\rangle\,d\tau \\
&\quad + e^{-\beta t_2}\int_0^{t_1} e^{-\beta(t_1-\tau)}\langle x(0)w(\tau)\rangle\,d\tau + \left\langle \int_0^{t_1} e^{-\beta(t_1-\tau_1)}w(\tau_1)\,d\tau_1 \cdot \int_0^{t_2} e^{-\beta(t_2-\tau_2)}w(\tau_2)\,d\tau_2 \right\rangle
\end{aligned}
\tag{6.30}
$$

となり，4 項の和となる．第 1 項は，x の初期値の分散を，

$$
\left\langle x^2(0)\right\rangle = P(0) \tag{6.31}
$$

と記すと，$e^{-\beta(t_1+t_2)}P(0)$ となる．第 2 項と第 3 項は，$\langle x(0)w(\tau)\rangle = 0$ であるから，ともに 0 となる．第 4 項は,

$$
\begin{aligned}
&\left\langle \int_0^{t_1} e^{-\beta(t_1-\tau_1)}w(\tau_1)\,d\tau_1 \cdot \int_0^{t_2} e^{-\beta(t_2-\tau_2)}w(\tau_2)\,d\tau_2 \right\rangle \\
&\quad = \left\langle \int_0^{t_1}\int_0^{t_2} e^{-\beta(t_1+t_2-\tau_1-\tau_2)}w(\tau_1)\,w(\tau_2)\,d\tau_1 d\tau_2 \right\rangle \\
&\quad = e^{-\beta(t_1+t_2)}\int_0^{t_1}\int_0^{t_2} e^{\beta(\tau_1+\tau_2)}\left\langle w(\tau_1)\,w(\tau_2)\right\rangle d\tau_1 d\tau_2 \\
&\quad = e^{-\beta(t_1+t_2)}\int_0^{t_1}\int_0^{t_2} e^{\beta(\tau_1+\tau_2)}\sigma_w{}^2\delta(\tau_1-\tau_2)\,d\tau_1 d\tau_2 \\
&\quad = e^{-\beta(t_1+t_2)}\int_0^{\min(t_1,\,t_2)} e^{2\beta\tau}\sigma_w{}^2 d\tau
\end{aligned}
\tag{6.32}
$$

となる．ここに，ホワイトノイズ入力 w の性質より,

$$
\langle w(t_1)\,w(t_2)\rangle = \sigma_w{}^2\delta(t_1-t_2) \tag{6.33}
$$

の関係を使った．以上より，自己相関係数の式 (6.30) は,

© 2017 Futoshi Magosaki

$$R(t_1,t_2)=e^{-\beta(t_1+t_2)}P(0)+e^{-\beta(t_1+t_2)}\sigma_w{}^2\int_0^{\min(t_1,\,t_2)}e^{2\beta\tau}d\tau \tag{6.34}$$

となる．ここで,

$$t_1=t,\quad t_2=t+\tau \tag{6.35}$$

と変数変換すると,

$$\begin{aligned}
R(t,\tau)&=e^{-\beta(2t+\tau)}P(0)+e^{-\beta(2t+\tau)}\sigma_w{}^2\int_0^{\min(t,\,t+\tau)}e^{2\beta\tau}d\tau\\
&=e^{-\beta(2t+\tau)}P(0)+e^{-\beta(2t+\tau)}\sigma_w{}^2\left[\frac{e^{2\beta\,s}}{2\beta}\right]_0^{\min(t,\,t+\tau)}\\
&=e^{-\beta(2t+\tau)}P(0)+e^{-\beta(2t+\tau)}\sigma_w{}^2\,\frac{e^{2\beta\min(t,\,t+\tau)}-1}{2\beta}\\
&=e^{-\beta(2t+\tau)}P(0)+\frac{\sigma_w{}^2}{2\beta}\left(e^{-\beta(2t+\tau)+2\beta\,\min(t,\,t+\tau)}-e^{-\beta(2t+\tau)}\right)
\end{aligned} \tag{6.36}$$

となる．この式の第 2 項の指数部分は,

$$\left.\begin{aligned}
&if\ \tau>0,\quad -\beta(2t+\tau)+2\beta\min(t,t+\tau)=-\beta(2t+\tau)+2\beta\,t=-\beta\tau\\
&if\ \tau<0,\quad -\beta(2t+\tau)+2\beta\min(t,t+\tau)=-\beta(2t+\tau)+2\beta\,(t+\tau)=\beta\tau
\end{aligned}\right\} \tag{6.37}$$

であるから，絶対値の記号｜ ｜を使って,

$$\begin{aligned}
R(t,\tau)&=e^{-\beta(2t+\tau)}P(0)+\frac{\sigma_w{}^2}{2\beta}\left(e^{-\beta|\tau|}-e^{-\beta(2t+\tau)}\right)\\
&=\left(P(0)-\frac{\sigma_w{}^2}{2\beta}\right)e^{-\beta(2t+\tau)}+\frac{\sigma_w{}^2}{2\beta}e^{-\beta|\tau|}
\end{aligned} \tag{6.38}$$

となる．ここで，$t=0$ から十分に時間が経過した時刻 $t\to\infty$ では，第 1 項は 0 に減衰し，第 2 項のみが残り,

$$R(\tau)=\frac{\sigma_w{}^2}{2\beta}e^{-\beta|\tau|} \tag{6.39}$$

© 2017 Futoshi Magosaki

となり，定常的となる．このときの変数 x の分散を σ^2 と定義すると，

$$\sigma^2 = R(0) = \frac{{\sigma_w}^2}{2\beta} \tag{6.40}$$

と表すことができる．変数 x の分散 σ^2 と，ホワイトノイズ入力 w のパワースペクトル密度 $\sigma_w{}^2$ との区別に注意が必要である．この分散 σ^2 を使うと，自己相関係数 R は，

$$R(\tau) = \sigma^2 e^{-\beta|\tau|} \tag{6.41}$$

と表すことができる．

自己相関係数 R の式 (6.37) において，時間 $\tau = 0$ とすると，分散 $P(t)$ は，

$$\begin{aligned} P(t) = R(t,0) &= \left(P(0) - \frac{{\sigma_w}^2}{2\beta} \right) e^{-2\beta t} + \frac{{\sigma_w}^2}{2\beta} \\ &= P(0)\, e^{-2\beta t} + \frac{{\sigma_w}^2}{2\beta}\left(1 - e^{-2\beta t}\right) \end{aligned} \tag{6.42}$$

となる．第 1 項は 0 に減衰し，第 2 項は一定値の $\sigma^2 = \dfrac{{\sigma_w}^2}{2\beta}$ に漸近する．

自己相関係数の式 (6.41) を変換式 (6.5) に代入して計算すると，マルコフノイズのパワースペクトル密度 S は，

$$S(\omega) = \frac{{\sigma_w}^2}{\beta^2 + \omega^2} = \frac{2\beta\sigma^2}{\beta^2 + \omega^2} \tag{6.43}$$

となる．（問題 6.1 参照）

マルコフノイズの自己相関係数 R とパワースペクトル密度 S の両対数グラフの模式図を図 6.4 に示す．

© 2017 Futoshi Magosaki

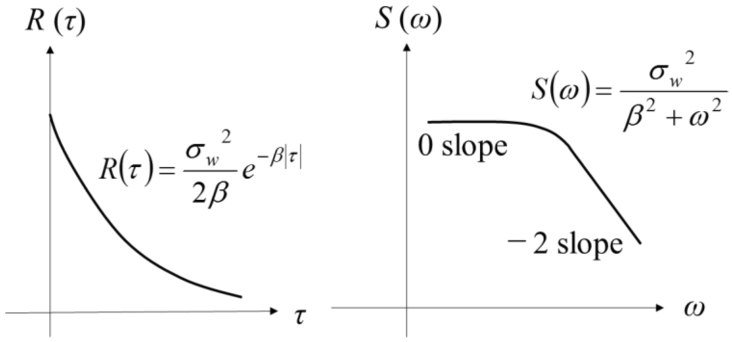

図 6.4　マルコフノイズ

6.3.4 ランダムウォークと 1/f ノイズ

ランダムウォークは,

$$\dot{x}(t) = w(t) \tag{6.44}$$

と定義される．この式をマルコフノイズの式 (6.22) と比較すると，係数 β を小さくしていき，$\beta \to 0$ とした極限と考えることができる．

マルコフノイズの分散の式 (6.42) において，簡単化のため，初期値 $P(0)$ を 0 とし，右辺の指数関数を展開すると，

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{{\sigma_w}^2}{2\beta}\left(1 - e^{-2\beta t}\right) \\ &= \frac{{\sigma_w}^2}{2\beta}\left(1 - \left(1 - 2\beta t + \frac{4\beta^2 t^2}{2} - \cdots\right)\right) \\ &= \frac{{\sigma_w}^2}{2\beta}\left(2\beta t - 2\beta^2 t^2 + \cdots\cdots\right) \\ &= {\sigma_w}^2\left(t - \beta t^2 + \cdots\right) \end{aligned} \tag{6.45}$$

となる．ここで，係数 $\beta \to 0$ の極限では,

$$P(t) = {\sigma_w}^2 t \tag{6.46}$$

となり，分散 $P(t)$ は時間 t に比例して増加し続ける．よって，ランダムウォークは定常的なノイズではなく，自己相関係数を求めることはできない．しかし，マルコフノイズのパ

© 2017 Futoshi Magosaki

ワースペクトル密度は，式 (6.43) において，係数$\beta \to 0$の極限において，

$$S(\omega)=\frac{{\sigma_w}^2}{\beta^2+\omega^2} \to \frac{{\sigma_w}^2}{\omega^2} \tag{6.47}$$

となる．ランダムウォークのパワースペクトル密度Sは，角振動数ωの二乗に反比例する．

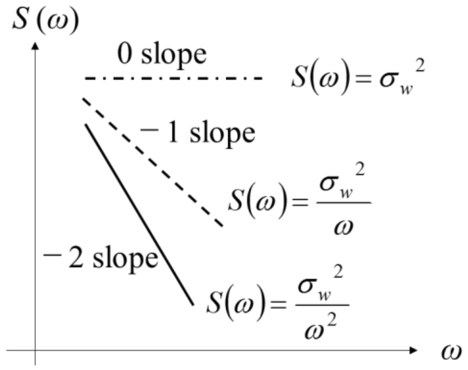

図 6.5　ホワイトノイズ，1/fノイズ，ランダムウォーク

ランダムウォークのパワースペクトル密度Sの両対数グラフは，図 6.5 の実線に示すように，傾きが−2 の直線になる．ホワイトノイズのパワースペクトル密度Sは，図 6.5 の一点鎖線に示したように角速度ωに依存しない．ホワイトノイズとランダムウォークの中間にあって，角速度ωに反比例するノイズを 1/fノイズと言う．1/fノイズの両対数グラフは，図 6.5 の破線に示すように傾きが−1 の直線となる．式で表すと，

$$S(\omega)=\frac{{\sigma_w}^2}{\omega} \tag{6.48}$$

となる．

ホワイトノイズ，1/fノイズ，ランダムウォークの 3 種類の不規則過程を表 6.3 にまとめる．

© 2017 Futoshi Magosaki

表 6.3　不規則過程のパワースペクトル密度

過程	パワースペクトル密度
ホワイトノイズ	$S(\omega)=\sigma_w{}^2$
$1/f$ ノイズ	$S(\omega)=\dfrac{\sigma_w{}^2}{\omega}$
ランダムウォーク	$S(\omega)=\dfrac{\sigma_w{}^2}{\omega^2}$

ホワイトノイズに対して，ランダムウォークをレッドノイズ，$1/f$ ノイズをピンクノイズとも言う．また，$1/f$ ノイズをフリッカーノイズとも言う．

© 2017 Futoshi Magosaki